UCLouvain

lmat2150

2018

Category theory

5 crédits	45.0 h	Q2

Enseignants	Vitale Enrico ;
Langue d'enseignement	Anglais
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables	LMAT1131 - algèbre linéaire (première année de bachelier en sciences mathématiques) ou cours équivalent. LMAT 1231 - multilinear algebra and group theory (deuxième année de bachelier en sciences mathématiques) ou cours équivalent.
Thèmes abordés	Catégories, foncteurs, transformations naturelles. Foncteurs adjoints et équivalences. Limites et colimites. Catégories exactes, additives et abéliennes. Suites exactes et lemmes homologiques.
Acquis d'apprentissage	Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de master en mathématique. A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à : - Connaître et comprendre un socle fondamental des mathématiques. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Reconnaître les concepts fondamentaux d'importantes théories mathématiques actuelles. -- Etablir les liens principaux entre ces théories. - Faire preuve d'abstraction, de raisonnement et d'esprit critique. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Dégager les aspects unificateurs de situations et expériences différentes. -- Raisonner dans le cadre de la méthode axiomatique. -- Construire et rédiger une démonstration de façon autonome, claire et rigoureuse. 1 Acquis d'apprentissage spécifiques au cours. A la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de : - Retrouver, dans ses connaissances mathématiques, une multitude d'exemples significatifs de catégories, foncteurs et transformations naturelles. - Etablir le lien d'adjonction entre certains foncteurs et l'équivalence entre certaines catégories. - Construire des limites et des colimites, éventuellement à l'aide de foncteurs adjoints ou d'équivalences entre catégories. - Reconnaître et démontrer des propriétés d'exactitude importantes des catégories exactes et des catégories abéliennes. - Illustrer concrètement les différentes notions et les résultats abstraits dans les catégories des ensembles, des groupes, des groupes abéliens et des groupes topologiques. - - - - *La contribution de cette UE au développement et à la maîtrise des compétences et acquis du (des) programme(s) est accessible à la fin de cette fiche, dans la partie « Programmes/formations proposant cette unité d'enseignement (UE) ».*
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	L'évaluation se fait sur base d'un examen oral. On y teste la connaissance et la compréhension des notions, des exemples et des résultats fondamentaux, la capacité de construire un raisonnement cohérent, la maîtrise des techniques de démonstration introduites pendant le cours. L'examen comporte environ six questions, dont deux sont choisies par l'étudiant. L'étudiant peut aussi choisir la langue de l'examen (anglais ou français).
Méthodes d'enseignement	Le cours est donné sous forme de cours magistral. Pendant les séances, les étudiants sont appelés à donner des suggestions et formuler des idées pour faire avancer le cours en se basant sur leurs connaissances préalables. Une attention particulière est consacrée à l'analyse des liens entre les nouveaux concepts introduits dans le cours et les autres cours du programme de bachelier et de master en mathématique.
Contenu	Cette activité consiste à introduire le langage de base et certains résultats fondamentaux de la théorie des catégories pour expliquer des situations rencontrées dans d'autres cours du programme de bachelier et de master en mathématique. Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours. - Définition et exemples de catégories, foncteurs et transformations naturelles. Isomorphismes, monomorphismes et épimorphismes dans une catégorie.

	- Foncteurs adjoints (unité, counité, identités triangulaires) et leurs propriétés fondamentales. Sous-catégories réflexives, équivalence de catégories. - Limites et colimites particulières. Existence et construction de limites et colimites. Limites et foncteurs adjoints. Théorème de Freyd du foncteur adjoint. - Définition de catégorie régulière et de catégorie exacte, propriétés, exemples. Théorème de Barr-Kock. - Catégories additives, biproduits, catégories abéliennes, théorème de Tierney. Suites exactes, lemme des cinq, lemme des neuf, lemme du serpent.
Ressources en ligne	Site iCampus (http://icampus.uclouvain.be/).
Bibliographie	Syllabus pour la partie sur les catégories exactes, additives, et abéliennes (disponible sur iCampus). F. Borceux : Handbook of categorical algebra, Vol. 1-2 (Cambridge University Press). D. Bourn et M. Gran, Regular, Protomodular and Abelian Categories, (Cambridge University Press) (disponible sur iCampus). P. Freyd : Abelian categories (disponible sur iCampus). S. Mac Lane : Categories for the Working Mathematician (Springer).
Faculté ou entité en charge:	MATH

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)				
Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Master [120] en sciences mathématiques	MATH2M	5		
Master [60] en sciences mathématiques	MATH2M1	5		