UCLouvain

lmat1231

2026

Algèbre multilinéaire et théorie des groupes

5.00 crédits	30.0 h + 30.0 h	Q1

Enseignants	Caprace Pierre-Emmanuel ;Marchionna Bianca (supplée Caprace Pierre-Emmanuel) ;
Langue d'enseignement	Français > English-friendly
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables	Avoir réussi l'examen LMAT1131.
Thèmes abordés	Eléments de théorie des groupes : groupe quotient et théorèmes d'isomorphisme, abélianisation, groupes cycliques, groupes symétriques, actions de groupes. Algèbre multilinéaire : dualité, espace quotient, produit tensoriel d'espaces vectoriels.
Acquis d'apprentissage	**A la fin de cette unité d'enseignement, l'étudiant est capable de :** 1 **Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de bachelier en mathématique.** **A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à :** - Connaitre et comprendre un socle fondamental des mathématiques. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Choisir et utiliser des méthodes et des outils fondamentaux de calcul pour résoudre des problèmes de mathématique. -- Reconnaître les concepts fondamentaux de certains théories mathématiques actuelles. -- Etablir les liens principaux entre ces théories, les expliquer et les motiver par des exemples. - Dégager, grâce à l'approche abstraite et expérimentale propre aux sciences exactes, les aspects unificateurs de situations et expériences différentes en mathématique. - Faire preuve d'abstraction et esprit critique. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Raisonner dans le cadre de la méthode axiomatique. -- Reconnaître les arguments clef et la structure d'une démonstration. -- Construire et rédiger une démonstration de façon autonome. -- Apprécier la rigueur d'un raisonnement mathématique et en déceler les failles éventuelles. -- Faire la distinction entre l'intuition de la validité d'un résultat et les différents niveaux de compréhension rigoureuse de ce même résultat. **Acquis d'apprentissage spécifiques au cours.** **A la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de :** - démontrer quelques résultats de base de la théorie des groupes; - utiliser quelques critères pour établir si un groupe possède une des propriétés vues au cours (par exemple: être abélien, cyclique, simple, symétrique, etc.) ; - démontrer les propriétés de stabilité d'un certain type de groupes par rapport à une construction donnée (stabilité par produits directs, sous-groupes, quotients) ; - reconnaître les propriétés universelles des structures algébriques et les utiliser pour déterminer si deux structures sont isomorphes ; - définir et étudier les quotients des structures algébriques (groupes et espace vectoriels), en les analysant dans des exemples concrets ; - déterminer si un endomorphisme est triangularisable, et dans ce cas trouver des bases de l'espace vectoriel permettant de le trianguliariser ; - utiliser les produits tensoriels dans la résolution de problèmes d'algèbre multilinéaire.
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	L'évaluation se fait sur base d'un examen écrit en session portant à la fois sur la théorie et les exercices. On y teste la connaissance et la compréhension des notions et des résultats fondamentaux, la capacité de trouver et de rédiger une démonstration correcte, la maîtrise des techniques de calcul. Chaque étudiant peut choisir de présenter l'examen en français ou en anglais. Un ou plusieurs devoirs (à domicile ou en classe) pourront être proposés durant le quadrimestre et intervenir pour maximum 25% dans la note finale pour ce cours. Cette contribution n'interviendra que si elle est favorable à la note finale de l'étudiant.e, à condition d'obtenir au moins 8/20 à l'examen écrit en session.

Méthodes d'enseignement	Les activités d'apprentissage sont constituées par des cours magistraux et des séances de travaux pratiques. Les cours magistraux visent à introduire les concepts fondamentaux, à les motiver par des exemples, en donnant des preuves complètes et détaillées des résultats principaux. Les séances de travaux pratiques permettent de s'approprier le contenu théorique et de le mettre en pratique par la résolution de problèmes divers et la réalisation autonome de démonstrations simples.
Contenu	Cette activité consiste à introduire des notions algébriques abstraites qui ont un rôle essentiel dans tout le cursus de bachelier et de master en sciences mathématiques et en sciences physiques : les groupes, les morphismes, les espaces vectoriels duaux, les produits tensoriels. Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours : - Groupes et morphismes. - Quotients de groupes et théorèmes d'isomorphisme. - Groupes cycliques et diédraux. - Actions de groupe. - Groupes symétriques. - Espace vectoriel dual. - Applications multilinéaires. - Produits tensoriels et produits extérieurs. - Espaces de tenseurs. - Forme canonique d'une matrice.
Ressources en ligne	Site moodle. Des notes de cours, les énoncés des exercies et les énoncés des projets sont postés en cours de quadrimestre.
Bibliographie	A. Beardon. Algebra and geometry. *Cambridge University Press, Cambridge,* 2005. S. Mac Lane and G. Birkhoff. Algebra. Third edition. *Chelsea Publishing Co., New York,* 1988. R. Godement. Cours d'algèbre. *Hermann, Paris* , 1963.
Faculté ou entité en charge:	MATH

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)

Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Mineure en mathématiques	MINMATH	5		🔍
Approfondissement en sciences physiques	APPHYS	5		🔍
Bachelier en sciences mathématiques	MATH1BA	5		🔍