UCLouvain

lmat2150

2026

Category theory

5.00 crédits	30.0 h + 15.0 h	Q1

Enseignants	Gran Marino ;
Langue d'enseignement	Anglais > Facilités pour suivre le cours en français
Lieu du cours	Louvain-la-Neuve
Préalables	LMAT1131 - algèbre linéaire (première année de bachelier en sciences mathématiques) ou cours équivalent. LMAT 1231 - multilinear algebra and group theory (deuxième année de bachelier en sciences mathématiques) ou cours équivalent.
Thèmes abordés	Catégories, foncteurs, transformations naturelles. Foncteurs adjoints et équivalences. Limites et colimites. Catégories exactes, additives et abéliennes. Suites exactes et lemmes homologiques.
Acquis d'apprentissage	**A la fin de cette unité d'enseignement, l'étudiant est capable de :** 1 **Contribution du cours aux acquis d'apprentissage du programme de master en mathématique.** **A la fin de cette activité, l'étudiant aura progressé dans sa capacité à :** - Connaître et comprendre un socle fondamental des mathématiques. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Reconnaître les concepts fondamentaux d'importantes théories mathématiques actuelles. -- Etablir les liens principaux entre ces théories. - Faire preuve d'abstraction, de raisonnement et d'esprit critique. Il aura notamment développé sa capacité à : -- Dégager les aspects unificateurs de situations et expériences différentes. -- Raisonner dans le cadre de la méthode axiomatique. -- Construire et rédiger une démonstration de façon autonome, claire et rigoureuse. **Acquis d'apprentissage spécifiques au cours.** **A la fin de cette activité, l'étudiant sera capable de :** - Retrouver, dans ses connaissances mathématiques, une multitude d'exemples significatifs de catégories, foncteurs et transformations naturelles. - Etablir le lien d'adjonction entre certains foncteurs et l'équivalence entre certaines catégories. - Construire des limites et des colimites, éventuellement à l'aide de foncteurs adjoints ou d'équivalences entre catégories. - Reconnaître et démontrer des propriétés d'exactitude importantes des catégories exactes et des catégories abéliennes. - Illustrer concrètement les différentes notions et les résultats abstraits dans les catégories des ensembles, des groupes, des groupes abéliens et des groupes topologiques.
Modes d'évaluation des acquis des étudiants	L'évaluation se fait sur base d'un examen oral. On y teste la connaissance et la compréhension des notions, des exemples et des résultats fondamentaux, la capacité de construire un raisonnement cohérent, la maîtrise des techniques de démonstration introduites pendant le cours. Pendant le quadrimestre on proposera deux devoirs qui permettront d'acquerir jusqu'à 2 points qui seront additionnés à la note de l'examen oral pour obtenir la note finale. L'étudiant peut choisir la langue de l'examen (anglais ou français).
Méthodes d'enseignement	Le cours est donné sous forme de cours magistral, avec de séances d'exercice. Pendant les séances, les étudiants sont invités à donner des suggestions et à formuler des idées pour résoudre les exercices en se basant sur leurs connaissances préalables. Une attention particulière est consacrée à l'analyse des liens entre les nouveaux concepts introduits dans le cours et les autres cours du programme de bachelier et de master en mathématique. Le travail fourni lors des séances d'exercice permettra d'avoir un "bonus" dont le titulaire tiendra compte dans l'évaluation finale.
Contenu	Cette activité consiste à introduire le langage de base et certains résultats fondamentaux de la théorie des catégories pour expliquer des situations rencontrées dans d'autres cours du programme de bachelier et de master en mathématique. **Les contenus suivants sont abordés dans le cadre du cours :**

	- Définition et exemples de catégories, foncteurs et transformations naturelles. - Isomorphismes, monomorphismes et épimorphismes dans une catégorie. - Foncteurs adjoints (unité, counité, identités triangulaires) et leurs propriétés fondamentales. - Sous-catégories réflexives, équivalence de catégories. - Exemples de limites et de colimites particulières. - Limites et foncteurs adjoints. - Définition de catégorie régulière et de catégorie exacte, propriétés, exemples. Théorème de Barr-Kock. Catégories de Mal'tsev. - Catégories abéliennes, suites exactes, lemme des cinq, lemme des neuf, lemme du serpent.
Ressources en ligne	Site MoodleUCLouvain
Bibliographie	Syllabus pour la partie sur les catégories exactes et abéliennes (disponible sur MoodleUCLouvain). Syllabus for the part on exact and abelian categories (available on MoodleUCLouvain). F. Borceux : Handbook of categorical algebra, Vol. 1-2 (Cambridge University Press). P. Freyd : Abelian categories (disponible sur MoodleUCLouvain). S. Mac Lane : Categories for the Working Mathematician (Springer). T. Leinster : Basic Category Theory (Cambridge studies in advanced mathematics)
Faculté ou entité en charge:	MATH

Programmes / formations proposant cette unité d'enseignement (UE)				
Intitulé du programme	Sigle	Crédits	Prérequis	Acquis d'apprentissage
Master [120] en sciences mathématiques	MATH2M	5		
Master [60] en sciences mathématiques	MATH2M1	5		
Master [120] en enseignement section 4 : mathématiques	MATH2M4	5		