

Instructions à lire attentivement avant de commencer.

La partie « Algèbre » de l'examen d'admission EPL Juillet 2026 comporte 3 questions et se déroule en 2h30. Toutes les questions sont fournies au lancement de l'examen.

La calculatrice est interdite.

La question 1 comporte 7 sous-questions pour lesquelles votre réponse doit tenir uniquement dans le cadre indiqué à la suite de la question. Ne fournissez aucune justification à vos réponses pour cette question 1 !

Pour les autres questions, par contre, expliquez soigneusement votre raisonnement.

N'oubliez pas d'indiquer vos nom, prénom et numéro sur **chaque feuille** et utilisez des lettres capitales (soit JOHN SMITH au lieu de John Smith).

Bon examen !

1.1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $3^{x+1} \cdot 5^{x-1} + 1 = 2026$

Réponse :

1.2. Déterminer le domaine de définition de la fonction :

$$f(x) = \sqrt{\ln(4 - x^2)}$$

Réponse :

Suite de la question 1 au verso.

1.3. Calculer dans $\mathbb{C}$: $(i - \sqrt{3})^4$, où i est l'unité imaginaire telle que $i^2 = -1$. Réponse exprimée au choix sous forme rectangulaire ou polaire.

Réponse :

1.4. On lance trois dés (équilibrés) à six faces. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une paire de dés identiques ?

Réponse :

1.5. Déterminer le coefficient du terme d'ordre nul dans le développement de :

$$\left(2x + \frac{1}{x}\right)^8$$

Réponse :

1.6. Déterminer la valeur du coefficient réel a pour que le polynôme $P(x) = x^3 - 4x^2 + ax + 5$ soit divisible par $x - 2$.

Réponse :

1.7. On a 240 m de corde. On coupe des tronçons de tailles croissantes successives de 2, 4, 6, ... m. Combien de tronçons entiers pourra-t-on couper ?

Réponse :

Nom :

Prénom :

Numéro :

--	--	--	--

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter selon la valeur du paramètre réel a :

$$\log_{a-1} (x^2 - 2ax + 1) > 0,$$

où $\log_{a-1}$ est le logarithme en base $a - 1$.

(Expliquez soigneusement votre raisonnement.)

Question 2 (Suite)

Nom :

Prénom :

Numéro :

--	--	--	--

3. Charles est apiculteur et dirige son exploitation *Les Essaims du Plateau de Louvain*. Dans des conditions normales, chacune de ses ruches produit la même quantité de miel sur une année, conditionnée ensuite en pots identiques. Ces dernières années, plusieurs problèmes sanitaires ont toutefois affecté son exploitation.

La première année, la moitié des ruches sont touchées par le varroa, un parasite réduisant la production de chaque ruche. Charles constate alors que la récolte totale est inférieure de 180 pots à celle d'une année normale.

La deuxième année, les ruches subissent des attaques de frelons asiatiques. Charles observe une perte d'un sixième de sa production normale.

La troisième année, une contamination aux pesticides oblige Charles à éliminer un quart de ses ruches. Les ruches restantes sont affectées à la fois par le varroa et par les frelons asiatiques. Les effets des deux phénomènes s'additionnent et la récolte totale n'est alors plus que de 1755 pots.

Enfin, la quatrième année, Charles reconstitue l'entière de son exploitation initiale et y ajoute 5 ruches supplémentaires. Toutes les ruches étant désormais saines, sa récolte totale est doublée par rapport à l'année précédente.

Laurent, le comptable de l'exploitation, propose de modéliser la situation en supposant que :

- chaque ruche saine produit une même quantité de miel d'année en année ;
- le varroa entraîne une perte fixe de production par ruche, identique pour toutes les ruches ;
- les frelons asiatiques entraînent également une autre perte fixe de production par ruche, identique pour toutes les ruches ;
- lorsque les deux phénomènes sont présents simultanément, leurs effets s'additionnent.

Il remarque aussi que chaque ruche, qu'elle soit saine ou affectée, produit toujours un nombre entier de pots.

Aidez Laurent à déterminer :

- (1) le nombre initial de ruches de Charles ;
- (2) le nombre de pots produits annuellement par une ruche saine ;
- (3) le nombre de pots produits par une ruche uniquement affectée par le varroa ;
- (4) le nombre de pots produits par une ruche uniquement affectée par les frelons asiatiques.

(Expliquez soigneusement votre raisonnement.)

Nombre initial de ruches

--

Pots ruche saine

--

Pots ruche varroa

--

Pots ruche frelons

--

Question 3 (Suite)

Nom :

Prénom :

Numéro :

Question 3 (Suite)

FEUILLE BROUILLON

Instructions à lire attentivement avant de commencer.

La partie « Algèbre » de l'examen d'admission comporte 3 questions et se déroule en 2h30. Toutes les questions sont fournies au lancement de l'examen.

La calculatrice est interdite.

La question 1 comporte 7 sous-questions. **Votre réponse (et uniquement votre réponse) doit tenir dans le cadre** indiqué à la suite de la question. Ne fournissez aucune justification à vos réponses pour cette question 1 !

Pour les autres questions, par contre, expliquez soigneusement votre raisonnement.

N'oubliez pas d'indiquer vos nom, prénom et numéro sur **chaque feuille** et utilisez des lettres capitales (soit JOHN SMITH au lieu de John Smith).

Bon examen !

1.1. Trouvez tous les réels x tels que $2^x + 2^{3-x} = 6$.

Réponse :

1.2. Déterminer le domaine de définition de la fonction :

$$f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{x-1}{x+2}\right)}$$

Réponse :

Suite de la question 1 au verso.

1.3. Donnez la forme cartésienne de $(1 + i)^{10}$, où i est l'unité imaginaire telle que $i^2 = -1$.

Réponse :

1.4. On tire simultanément 2 cartes d'un jeu complet de 52 cartes. Quelle est la probabilité d'obtenir deux as? *Exprimez le résultat sous forme fractionnaire réduite.*

Réponse :

1.5. Déterminer le coefficient du terme en x^2 dans le développement de :

$$(x + 2)^6$$

Réponse :

1.6. Déterminer la valeur des coefficients réels a et b pour que le polynôme $P(x) = x^4 + ax + b$ soit divisible par $Q(x) = x^2 + x + 2$.

Réponse : a =

b =

1.7. Lors d'un concours, le premier classé reçoit un prix de 5 000€ et les suivants reçoivent chacun un prix égal au $3/5$ du précédent (donc 3 000€, 1 800€, ...). Calculez le montant total des prix pour les cinq premiers (sachant que $6^5 = 7\,776$).

Réponse :

Nom :

Prénom :

Numéro :

--	--	--	--

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, en discutant selon le paramètre réel positif $m > 0$, l'inéquation :

$$\frac{x - m}{x^3 - x} > 0$$

(Expliquez soigneusement votre raisonnement.)

Question 2 (Suite)

Nom :

Prénom :

Numéro :

--	--	--	--

3. Le bois de Lauzelle à Louvain-la-Neuve est en feu. Les camions de l'*Escadrille de Pompiers de Louvain* se relaient pour combattre l'incendie, assistés par des agriculteurs venus avec leurs citernes et par l'hélicoptère « Charlie » de la Protection civile. Tous ces véhicules viennent puiser leur eau dans le lac de Louvain-la-Neuve avant de la déverser sur le feu. À l'issue de l'opération, $1\,060\text{ m}^3$ d'eau ont été prélevés dans le lac au cours de 149 passages de véhicules.

Laurent observe ce manège et s'interroge sur la capacité des différents véhicules. Il rassemble les informations suivantes :

- durant la journée, les passages des camions de pompiers ont été trois fois plus nombreux que ceux des citernes agricoles ;
- durant la nuit qui a suivi, les agriculteurs ont cessé leurs rotations, tandis que les camions de pompiers ont encore effectué seize passages ;
- Laurent a mesuré que le débit d'arrosage d'une citerne agricole était deux fois celui d'un camion de pompiers, mais qu'une citerne se vidait trois fois plus rapidement qu'un camion ;
- « Charlie » a effectué cinq passages et, au total, ceux-ci ont emporté autant d'eau que huit passages de camions de pompiers.

On suppose que chaque véhicule d'un même type prélève sa capacité complète à chacun de ses passages.

Déterminez :

- (1) le nombre de passages effectués par les camions de pompiers et celui des citernes agricoles ;
- (2) la capacité, en m^3 , d'un camion de pompiers, d'une citerne agricole et de l'hélicoptère.

Rapportez vos réponses finales dans les cases appropriées ci-dessous.

(Expliquez soigneusement votre raisonnement.)

1. Nombre de passages

Camions de pompiers

--

Citernes agricoles

--

2. Capacités

Camion de pompiers (m^3)

--

Citerne agricole (m^3)

--

Hélicoptère (m^3)

--

Question 3 (Suite)

Nom :

Prénom :

Numéro :

Question 3 (Suite)

FEUILLE DE BROUILLON

Les réponses rédigées sur cette page ne seront pas corrigées.